

Filtre de Shen ou de Deriche pour détecter un contour ? Module MTI

Pierre-Arnaud CHASTANET *Casier 752 - Option TDI*
Pierre WROBLEWSKI *Casier 757 - Option TDI*

Mars 1998

1 Introduction

La segmentation des images est l'outil de base du traiteur d'images. Quelle que soit son origine, une image est constituée d'une représentation d'un univers composé d'entités : objets dans une scène intérieure, cellules, organes du corps humain, routes... Le but de toute méthode de segmentation est l'extraction d'attributs caractérisant ces entités. Les attributs étudiés correspondent à des points d'intérêt ou à des zones caractéristiques de l'image : contours et régions, qui conduisent à 2 approches très différentes. L'approche étudiée ici sera une approche contour, en utilisant les filtres de lissage et de dérivation de Shen-Castan d'une part et de Deriche d'autre part. La détection de contours impliquera dans ce cas la recherche des discontinuités locales de la fonction des niveaux de gris de l'image en utilisant un filtrage récursif.

Les contours des objets correspondent le plus souvent aux extrêmes locaux du gradient ou aux zéros du laplacien de la fonction des niveaux de gris. La différenciation étant sensible au bruit, nous nous limiterons à la dérivation du premier ordre et donc à une approche gradient. Ces filtres sont séparables (et peuvent donc se généraliser facilement à une dimension quelconque) et permettent une implémentation récursive. Nous étudierons enfin les avantages et les défauts de chacun de ces 2 filtres puis les comparerons.

2 L'approche gradient

On peut ramener la détection de contours, sous réserve d'hypothèses raisonnables, au lissage et à la dérivation par filtrage linéaire et monodimensionnel. Soit $I(x,y)$ une image de dimension 2. On considèrera que les contours correspondent aux discontinuités d'ordre 0 de I . La méthode consiste à calculer le gradient $G(x,y) = (\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y})^t = (I_x(x,y), I_y(x,y))^t$ et à extraire les extréma locaux de la norme de celui-ci. Le but du calcul du gradient est de déterminer la direction selon laquelle la variation locale des niveaux de gris est la plus forte (direction du gradient) ainsi que l'intensité de cette variation (norme du gradient). La norme du gradient est donnée par :

$$N(x,y) = \sqrt{I_x(x,y)^2 + I_y(x,y)^2}.$$

On détermine ensuite les points tels que $N(x,y) > s$, où s est un seuil fixé à priori.

Dans le cas d'images où la norme du gradient aux points de contour varie fortement selon les parties de l'image, cette méthode se relève inefficace. En effet, on ne peut pas trouver un seuil unique permettant de traiter efficacement toutes les parties de l'image. Un moyen de contourner cette difficulté est d'extraire non pas les points de norme de gradient élevée, mais les extréma locaux de la norme du gradient (par exemple dans la direction de celui-ci). On élimine ensuite les points de norme de gradient faible avec un seuillage par hystérésis. Ce type de seuillage permet l'obtention de points de contour bien connectés entre eux.

3 Critères de performances et filtrage optimal

Le résultat d'une détection de contours peut bien sûr être évaluée à l'oeil nu, mais l'appréciation est subjective. Les performances d'un détecteur se caractérisent essentiellement par :

- *détection* : l'opérateur doit donner une réponse au voisinage d'un contour,
- *localisation* : le contour doit être localisé avec précision,
- *réponse unique* : un contour doit provoquer une seule réponse de l'opérateur d'extraction.

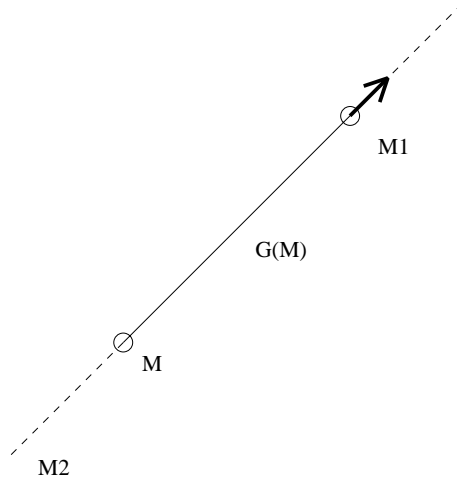


FIG. 1 – *Extraction des extréma locaux.* Le point M est sélectionné si $N(M) > N(M_2)$ et $N(M) \geq N(M_1)$.

Canny a introduit une modélisation définissant des critères évaluant :

1. *la détection des point de contours*: faible probabilité de ne pas détecter un vrai point de contour, et faible probabilité de marquer de faux points de contours. Ce critère correspond à maximiser le rapport signal sur bruit RSB :

$$\sigma = RSB = \frac{A}{\eta_0} \Sigma = \frac{A}{\eta_0} \frac{\int_{-\infty}^0 f(x) dx}{(\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx)^{1/2}}$$

2. *la localisation des points de contours*: les points marqués comme contours par le détecteur doivent être aussi près que possible du centre du contour véritable. Ce critère correspond à maximiser l'écart type de la position des passages par zéro, c'est à dire à l'inverse de l'espérance de la distance entre le vrai point de contour et le point de contour détecté :

$$\lambda = \frac{A}{\eta_0} \Lambda = \frac{A}{\eta_0} \frac{|f'(0)|}{(\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx)^{1/2}}$$

3. *réponse unique à un contour*: le détecteur ne doit pas fournir de multiples réponses à un seul contour. On peut montrer que cela revient à

minimiser l'expression :

$$x_{max} = \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f''^2(x) dx} \right)^{1/2}$$

Les critères de détection et de localisation étant antinomiques, on les combine en maximisant le produit $\Sigma\Lambda$ sous la contrainte du troisième critère. On obtient ainsi une équation différentielle dont la solution est :

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin \omega x + a_2 e^{\alpha x} \cos \omega x + a_3 e^{-\alpha x} \sin \omega x + a_4 e^{-\alpha x} \cos \omega x + c$$

3.1 Filtre de Deriche

Deriche, utilisant la même démarche que Canny, a cherché une réalisation de l'opérateur sous la forme d'un filtre RII. Il a abouti à la même équation différentielle. Seules les conditions aux limites sont différentes. Pour le filtre de Deriche, les conditions aux limites sont données par :

$$f(0) = 0 \quad f(+\infty) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(+\infty) = 0$$

On obtient alors : $a_1 = a_2 = a_4 = c = 0$. D'où le filtre optimal :

$$f(x) = a e^{-\alpha x} \sin \omega x$$

En évaluant pour cet opérateur les différentes intégrales intervenant dans le calcul des critères de performance, on obtient les résultats suivants :

$$\Lambda = \sqrt{2\alpha} \quad \Sigma = \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}}$$

En posant $\alpha = m\omega$, on obtient :

m	Λ	Σ	$\Sigma\Lambda$	x_{max}
$m \gg 1$	$\sqrt{2\alpha}$	$\sqrt{2/\alpha}$	2	0.44
$m \ll 1$	$\sqrt{2\alpha}$	Λ/m	$2m$	1
$m = 1$	$\sqrt{2\alpha}$	$\sqrt{1/\alpha}$	$\sqrt{2}$	0.58
$m = \sqrt{3}$	$\sqrt{2\alpha}$	$\sqrt{3/(2\alpha)}$	$\sqrt{3}$	0.5

On voit que pour des valeurs de x_{max} identiques, l'opérateur de Deriche présente un indice de performance amélioré de 25% ($\Sigma\Lambda = \sqrt{3}$) par rapport à

l'opérateur optimal de Canny qui donne $\Sigma\Lambda = 1, 12$. Le cas correspondant à la limite de l'opérateur de Deriche pour ω tendant vers 0 présente le meilleur indice de performance (cas $m \gg 1$). Cette limite correspond à l'opérateur de dérivation h qui présente le meilleur compromis, donné par :

$$h(x) = kxe^{-\alpha|x|}$$

$$k = \frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}}$$

Le filtre de lissage f s'obtient par intégration du filtre de dérivation :

$$f(x) = b(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|}$$

Grâce à la propriété de séparabilité, l'image lissée sera donnée par :

$$I'(x, y) = I(x, y) * f(x, y) = I(x, y) * (f(x)f(y)) = (I(x, y) * f(x)) * f(y)$$

3.2 Filtre de Shen-Castan

Shen et Castan ont proposé un opérateur optimisant un critère incluant la détection et la localisation. Les critères qu'ils obtiennent correspondent aux critères de détection et de localisation de Canny et les filtres obtenus sont assez similaires dans la pratique. Le calcul du filtre de lissage optimal se fait par modélisation de la frontière par un échelon d'amplitude A noyé dans un bruit blanc stationnaire additif de moyenne nulle et de d.s.p. η_0^2 . Le filtre de lissage obtenu par Shen et Castan s'écrit :

$$f(x) = ce^{-\alpha|x|}$$

$$c = \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 + e^{-\alpha}} \quad (\text{pour avoir un filtre normalisé})$$

et le filtre de dérivation correspondant :

$$h(x) = \begin{cases} d.e^{-\alpha x} & \text{si } x \geq 0 \\ d.e^{\alpha x} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

avec $d = 1 - e^{-\alpha}$. Le paramètre α définit la "largeur" du filtre : plus α est petit, plus le lissage effectué par le filtre est important.

Remarquons que la discontinuité d'ordre 1 au point 0 du filtre de Shen permet d'éviter une délocalisation importante des contours dans l'image lissée, même avec des valeurs faibles de α . Cependant, cette discontinuité peut entraîner la détection de contours multiples.

4 Récursivité et implémentation des filtres

En utilisant l'opérateur optimal de Deriche, on veut mettre en oeuvre les techniques générales énoncées précédemment. Le filtrage récursif permet d'implémenter des filtres de réponse impulsionnelle infinie avec un coût algorithmique faible. On utilise donc cette technique pour programmer les filtres de lissage et de dérivation pour les opérateurs optimaux de Shen-Castan et de Deriche.

4.1 Implémentation des filtres de Shen

Les filtres de lissage et de dérivation de Shen s'implémentent par filtrage récursif d'ordre 1.

– *Filtre de lissage*: $s(x) = ce^{-\alpha|x|}$

$$y^+(m) = ax(m) + by^+(m-1) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$y^-(m) = ax(m+1) + by^-(m+1) \quad \text{pour } m = N, \dots, 1$$

$$y(m) = y^-(m) + y^+(m) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$\text{avec } a = c = \frac{1-e^{-\alpha}}{1+e^{-\alpha}} \text{ et } b = e^{-\alpha}$$

– *Filtre de dérivation*:

$$h(x) = \begin{cases} d.e^{-\alpha x} & \text{si } x \geq 0 \\ d.e^{\alpha x} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$y^+(m) = dx(m) + fy^+(m-1) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$y^-(m) = -dx(m) + fy^-(m+1) \quad \text{pour } m = N, \dots, 1$$

$$y(m) = y^-(m) + y^+(m) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$\text{avec } d = 1 - e^{-\alpha} \text{ et } f = e^{-\alpha}$$

4.2 Implémentation des filtres de Deriche

Ce sont des filtres récurrents du second ordre dont les réalisations sont les suivantes :

– *Filtre de lissage*: $s(x) = k(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|}$

$$y^+(m) = a_0x(m) + a_1x(m-1) - b_1y^+(m-1) - b_2y^+(m-2) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$y^-(m) = a_2x(m+1) + a_3x(m+2) - b_1y^-(m+1) - b_2y^-(m+2) \quad \text{pour } m = N, \dots, 1$$

$$y(m) = y^-(m) + y^+(m) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

avec $a_0 = k$, $a_1 = k(\alpha - 1)e^{-\alpha}$, $a_2 = k(\alpha + 1)e^{-\alpha}$, $a_3 = -ke^{-2\alpha}$,

$$b_1 = -2e^{-\alpha}, b_2 = e^{-2\alpha}, k = \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{1+2\alpha e^{-\alpha}-e^{-2\alpha}}$$

– *Filtre de dérivation*: $d(x) = -cxe^{-\alpha|x|}$

$$y^+(m) = ax(m) - b_1y^+(m-1) - b_2y^+(m-2) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

$$y^-(m) = -ax(m+1) - b_1y^-(m+1) - b_2y^-(m+2) \quad \text{pour } m = N, \dots, 1$$

$$y(m) = y^-(m) + y^+(m) \quad \text{pour } m = 1, \dots, N$$

avec $a = ce^{-\alpha}$, $b_1 = -2e^{-\alpha}$, $b_2 = e^{-2\alpha}$

$$c = \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}}$$

5 Résumé de la méthode

1. **Choix d'un filtre de lissage**: on choisit un filtre qui s'implante récursivement, soit par exemple :

$$s(x) = k(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|} \quad \text{filtre de lissage de Deriche}$$

ou

$$s(x) = ce^{-\alpha|x|} \quad \text{filtre de lissage de Shen}$$

La comparaison entre ces 2 opérateurs sera étudiée dans le paragraphe suivant. On notera que les 2 filtres ne sont pas de la même espèce (discontinu ou continu au point 0).

2. **Calcul du gradient** : détermination d'une implantation des filtres 1D de réponses: $s(x)$ (lissage) et $d(x)$ (dérivation). Le calcul des composantes du gradient s'effectue en calculant les images correspondant aux dérivées partielles des points par rapport à x et à y par filtre séparable récursif:

$$I_x(x, y) = (I * s(y)) * d(x)$$

$$I_y(x, y) = (I * s(x)) * d(y)$$

Pour une image de dimension N^2 , le calcul de chaque composante du gradient nécessite donc le calcul de 2 convolutions par point. Le filtrage récursif d'ordre r permet d'obtenir une complexité de l'ordre de $2rN^2$ (contre $2kN^2$ si on utilise l'implantation directe d'un masque de convolution 1D de taille k).

3. **Extraction des extréma locaux du gradient puis seuillage** L'algorithme de seuillage par hystérésis décrit précédemment permet de s'affranchir du problème posé par les fortes variations de la norme du gradient en fonction des zones de l'image.

6 Résultats expérimentaux

6.1 Filtre de Shen

Nous avons testé le filtre de Shen sur la sacro-sainte image *bureau* avec $\beta = 0.5$.

6.2 Filtre de Deriche

7 Filtre de Shen ou le filtre de Deriche ?

Ces deux filtres s'attachent à détecter les contours en utilisant deux approches différentes des résultats de Canny. Nous allons voir dans cette partie dans quelle mesure les résultats obtenus diffèrent.

7.1 Comparaison des performances théoriques

Ces deux filtres peuvent être comparés de manière théorique selon les critères de Canny, dans le cas continu et dans le cas discret.



FIG. 2 – *Image originale*



FIG. 3 – *Gradient selon x*



FIG. 4 – *Gradient selon y*

7.1.1 Rappels

Pour Deriche

$$h_D(x) = -\alpha^2 x e^{-\alpha|x|} \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} h_D^2(t) dt = \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

Pour Shen

$$h_S(x) = f_2(x) - f_1(x) \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} h_S^2(t) dt = \beta \quad (2)$$

avec:

$$f_1(x) = \begin{cases} \beta e^{-\beta x} & \text{pour } x \geq 0 \\ 0 & \text{pour } x < 0 \end{cases}$$

et:

$$f_2(x) = \begin{cases} \beta e^{\beta x} & \text{pour } x \leq 0 \\ 0 & \text{pour } x > 0 \end{cases}$$



FIG. 5 – *Norme du gradient*



FIG. 6 – *Gradient selon x*



FIG. 7 – *Gradient selon y*

7.1.2 Critères continus de comparaison

En considérant que les puissances des réponses impulsionnelles sont égales pour les deux filtres à celle d'un filtre gaussien, on a $\alpha = 2\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}$.

Dans les conditions, les rapports signal sur bruit sont identiques. On effectue la comparaison sur les deux derniers critères de Canny. Seulement, le filtre de Shen étant discontinu en zéro, ces critères ne sont calculables que pour le filtre de Deriche.

A titre indicatif, on a :

$$\Lambda_D = \sqrt{2\alpha} \text{ et } \Sigma_D = \left(\frac{2\sigma}{\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

7.1.3 Critères discrets de comparaison

Pour contourner ce problème, on utilise une version discrétisée des critères de Canny. On impose toujours l'égalité entre les puissances des réponses impulsionnelles des deux filtres, mais on normalise aussi les opérateurs de dérivée première afin que le maximum de la réponse à un échelon unitaire



FIG. 8 – Norme du gradient

soit d'amplitude unité. Ces deux conditions donnent :

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} h^2(n) = \text{constante} \text{ et } \sum_{-\infty}^0 h(n) = 1$$

Il en résulte que la comparaison des opérateurs se fait à critère de bonne détection ($Cd1$) constant. Ainsi, pour comparer convenablement les deux filtres, il faut d'abord choisir α et β de telle sorte que $Cd1_{Deriche} = Cd1_{Shen}$.

Après calcul, on a :

$$Cd1_{Shen} = \left(\frac{1 + e^{-\beta}}{2(1 - e^{-\beta})} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ et } Cd1_{Deriche} = \frac{(1 + e^{-\alpha})^2}{(2(1 - e^{-4\alpha}))^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

Passé cette étape, il est alors possible de comparer les deux filtres selon les critères suivants :

Remarque : si on fait tendre $Cd1$ vers l'infini, on retrouve le cas continu $\alpha = 2\beta$.

– **Faible multiplicité des réponses**

Le critère $Cd3$ correspond à la distance moyenne qui sèpare deux maximums du bruit de sortie, lorsque le bruit d'entrée est blanc et gaussien.

$$Cd3 = \frac{2\pi}{\arccos(-\rho)}$$

avec:

- pour le filtre de Shen: $\rho = \frac{1-3\epsilon-\beta}{4}$
- pour le filtre de Deriche: $\rho = \frac{(1-\epsilon-\alpha).(5+4\epsilon-\alpha+\epsilon-2\alpha)}{4} - 1$

Une simple étude de fonction nous montre que concernant Shen, $Cd3$ est borné par 6 (fonction croissante tendant vers 6 quand $Cd1$ tend vers $+\infty$ (β tends vers 0), tandis que pour Deriche, $Cd3$ croit très rapidement, et atteint des valeurs supérieures à 25.

Selon ce critère, Deriche est meilleur que Shen.

– **Bonne localisation des réponses**

Quelque soit le type de filtre, on arrive à des valeurs très faibles de délocalisation. La délocalisation est donc peu significative. Cependant, on constate que la contrepartie d'une valeur élevée de $Cd3$ est une perte en localisation pour le filtre de Shen. Par contre, Shen a une délocalisation largement indépendante du facteur d'échelle.

7.1.4 Conclusion

Le filtre de Deriche est donc théoriquement meilleur que le filtre de Shen au sens des critères de Canny. En effet, le filtre optimal de Deriche est obtenu par résolution exacte de l'équation différentielle permettant d'optimiser les critères de Canny, en utilisant un filtre à réponse impulsionnelle infinie. Cependant, tous les deux apportent une réponse satisfaisante aux contraintes essentielles d'un opérateur de détection de contours, à savoir :

- définition explicite du bruit,
- coût calculatoire raisonnable.

Néanmoins, ces opérateurs ne prennent pas en compte les propriétés bidimensionnelles d'un contour (courbures, angles...) car ils utilisent la propriété de séparabilité. Mais ils présentent un grand apport théorique et pratique par rapport aux méthodes utilisant la convolution par un masque.

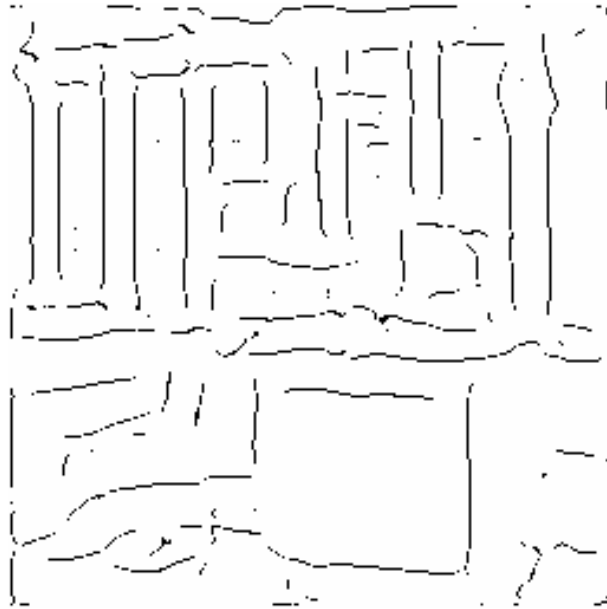


FIG. 9 – Avec Deriche: $\alpha = 0.2$

7.2 Comparaison des performances expérimentales

Nous avons vu que le filtre de Deriche satisfait mieux les critères de Canny que le filtre de Shen. Reste à voir si ces différences apparaissent au niveau visuel.

7.2.1 Sur *bureau*

Voici quatre images obtenues par les filtres de Shen et de Deriche pour différentes valeurs de β et de α sur l'image *bureau*:

On constate que les résultats sont équivalents, mis à part pour des valeurs faibles de α où le filtre de Deriche apparaît moins performant.

Si on superpose les contours obtenus à l'image originale, on obtient:

La localisation est donc excellente pour les deux filtres.



FIG. 10 - Avec Deriche: $\alpha = 1$

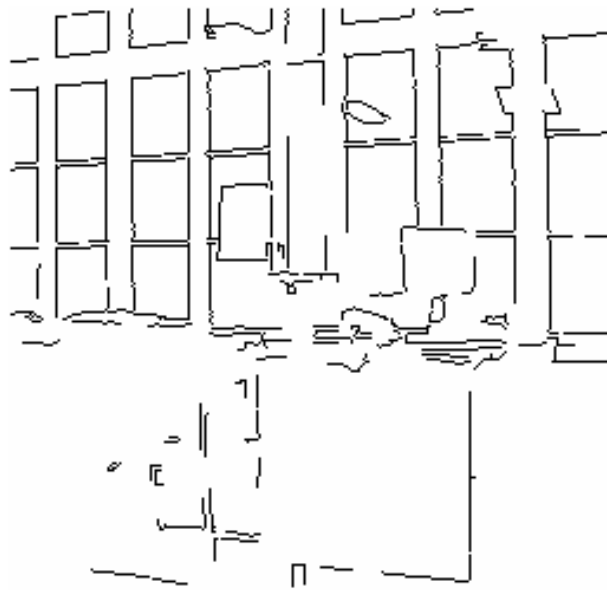


FIG. 11 - Avec Shen: $\beta = 0.1$



FIG. 12 – Avec Shen: $\beta = 0.5$

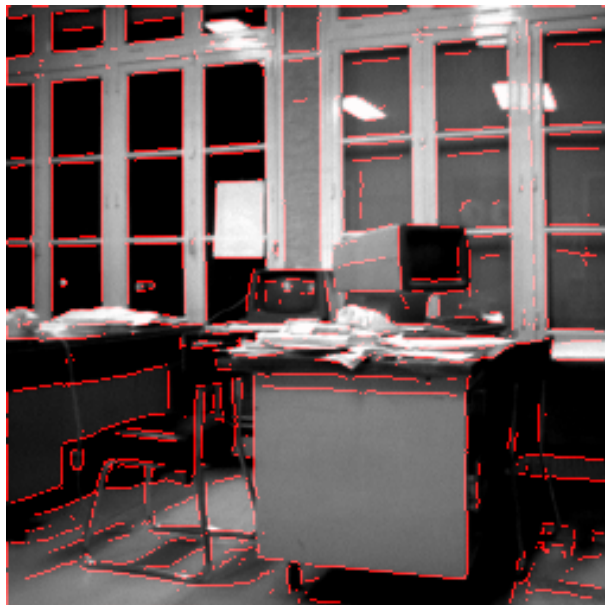


FIG. 13 – Avec Deriche: $\alpha = 0.90$

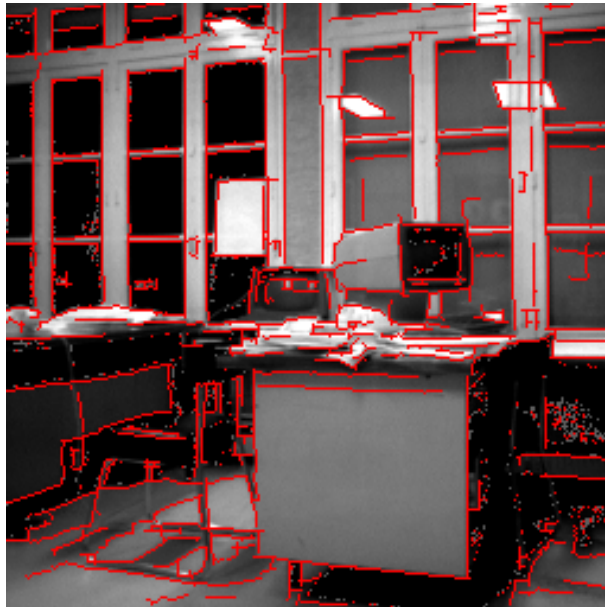


FIG. 14 – Avec Shen: $\beta = 0.51$

7.2.2 Sur femme

A titre d'exemple, nous avons aussi appliqué les filtres de Shen ou de Deriche à l'image *femme*:

8 Programmes

Pour inclure tous ces exemples, nous avons implémenté une version simplifiée des filtres de Shen et de Deriche sans seuillage par hystérésis et sans recherche des extremas locaux, ces deux étapes peuvent cependant être faites sous *Khoros*.

Références

- [1] R. Horaud, O. Monga, *Vision par Ordinateur*, Editions HERMES - Série Informatique, pp 25-100, 1995



FIG. 15 – *Image originale*



FIG. 16 – *Avec Deriche: $\alpha = 1$*



FIG. 17 – Avec Shen: $\beta = 0.5$

- [2] J.P. Cocquerez, S.Philipp, *Analyse d'images: filtrage et segmentation*, Editions MASSON, pp 125-141, 1995
- [3] J. Canny, *A computational approach to edge detection*, IEEE Transactions on PAMI, pp 679-698, November 1986
- [4] J. Shen et S. Castan, *An optimal linear operator for edge detection*, Conference on Vision and Pattern Recognition, USA, Juin 1986
- [5] R.Deriche, *Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector*, International Journal of Computer Vision, pp 167-187, 1987
- [6] R.Deriche, *Support de cours: techniques d'extractions de contour*, www.inria.fr/robotvis/personnel/der/Cours/techniques_contours.ps.gz